

# Pendule de Foucault

---

Exégèse de :

« Le pendule de Foucault

Analyse du mouvement de la boule »

Pierre Lauginie

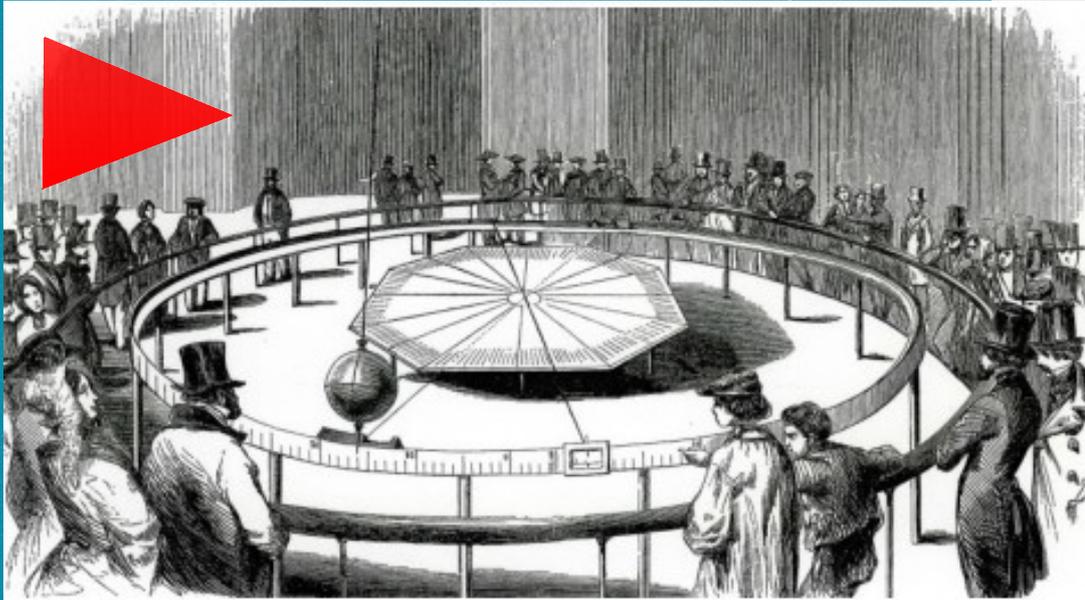
Pendule de Foucault-1ère partie Cahiers de Clairaut N° 182-Aout 2023

Serge G.

# Pendule de Foucault

Montre que la terre tourne...

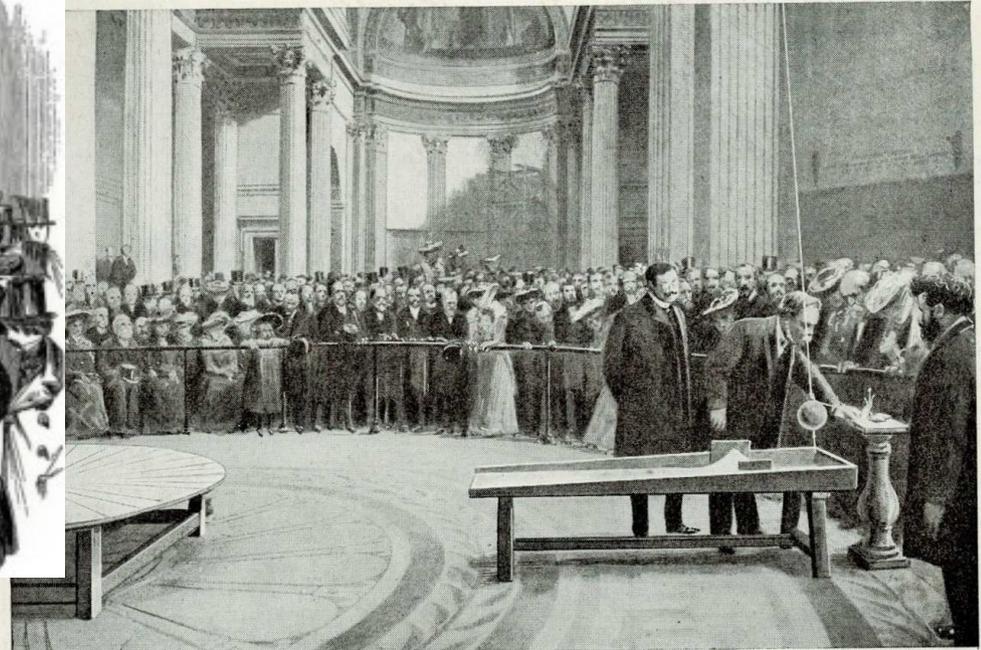
<https://www.dailymotion.com/video/xfzx8i>



Panthéon 1851

L : 67 m et amplitude : 4,85 m

16 PARTICULARITES DE L'EXPERIENCE DE

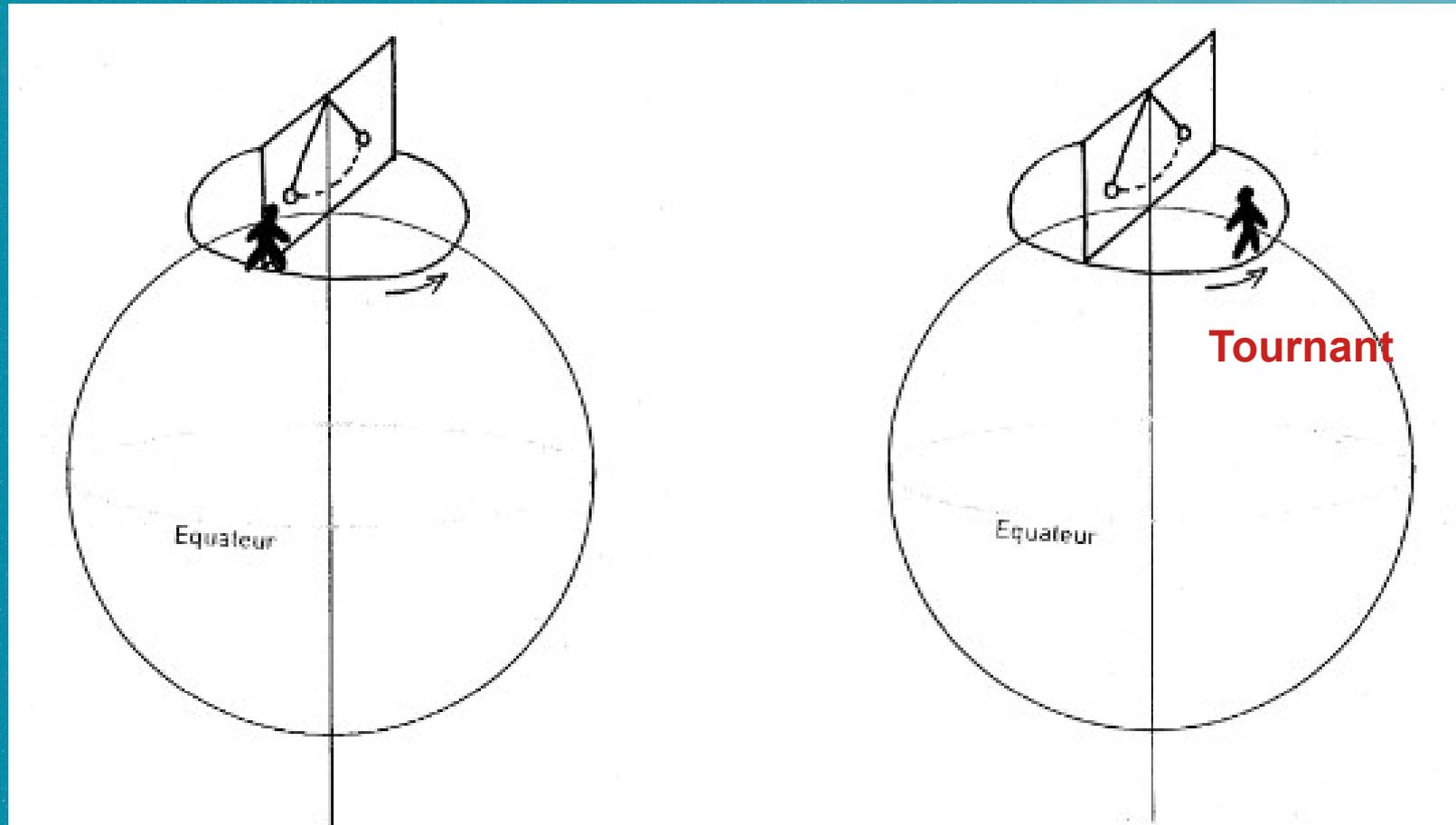


Cl. de l'illustration.

Reconstitution de l'EXPERIENCE DE FOUCAULT, à l'occasion de son cinquantenaire (2 octobre 1902).  
M. Chaumié, ministre de l'Instruction publique, brûle le fil qui maintient la boule écartée. A gauche, M. Berget ;  
à droite, M. Camille Flammarion.

Panthéon 1902

# Pendule de Foucault au pôle nord



[http://www.mdt.besancon.fr/wp-content/uploads/2014/07/Le-pendule-de-Foucault\\_fiche-professeur.pdf](http://www.mdt.besancon.fr/wp-content/uploads/2014/07/Le-pendule-de-Foucault_fiche-professeur.pdf)

# Pendule de Foucault au pôle nord

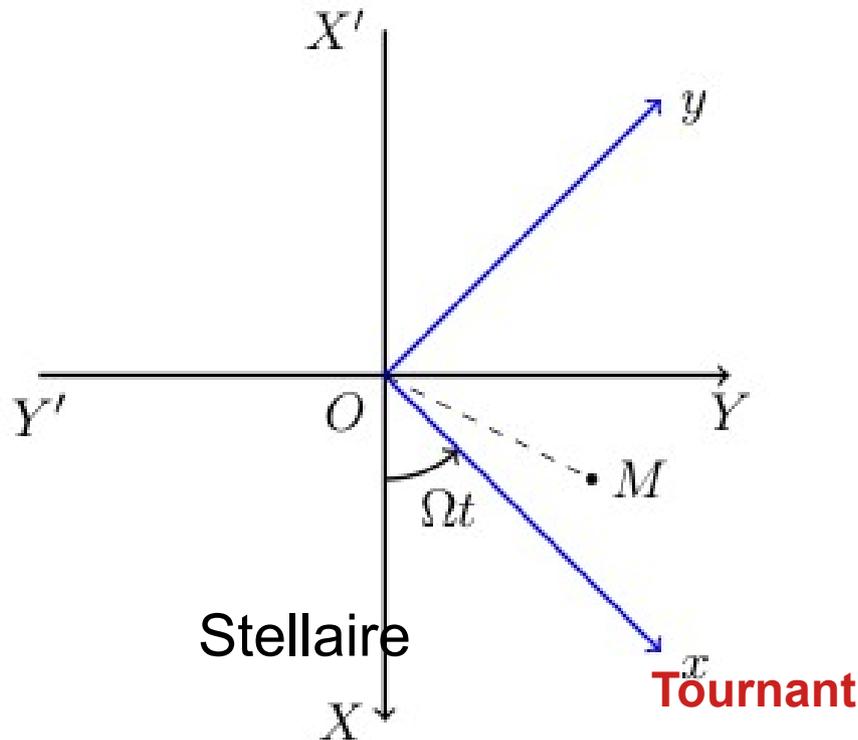


FIGURE 1.1 – Axes de coordonnées relatifs au référentiel de Copernic ( $OXY$ ) et au référentiel terrestre ( $Oxy$ ). Le point  $M$  représente la position de la boule à un instant donné.

Résolution en nbres Complex

Approximation linéaire

$$Z(t) = X_0 \cos \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$k = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{\text{période Terre}}{\text{période pendule}}$$

# Pendule de Foucault au pôle nord (2) dans le référentiel terrestre

$$Z(t) = z(t) e^{i\Omega t}$$

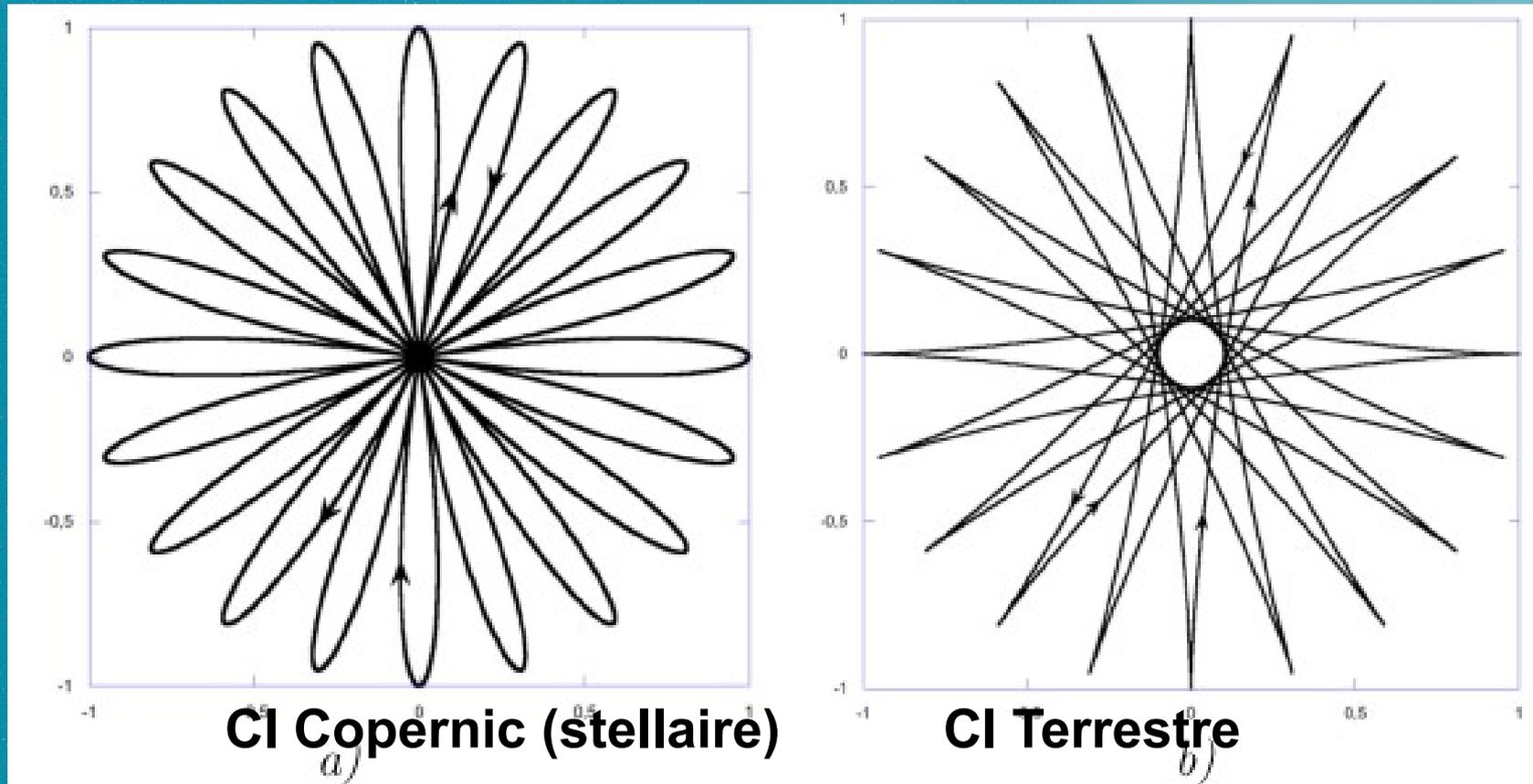
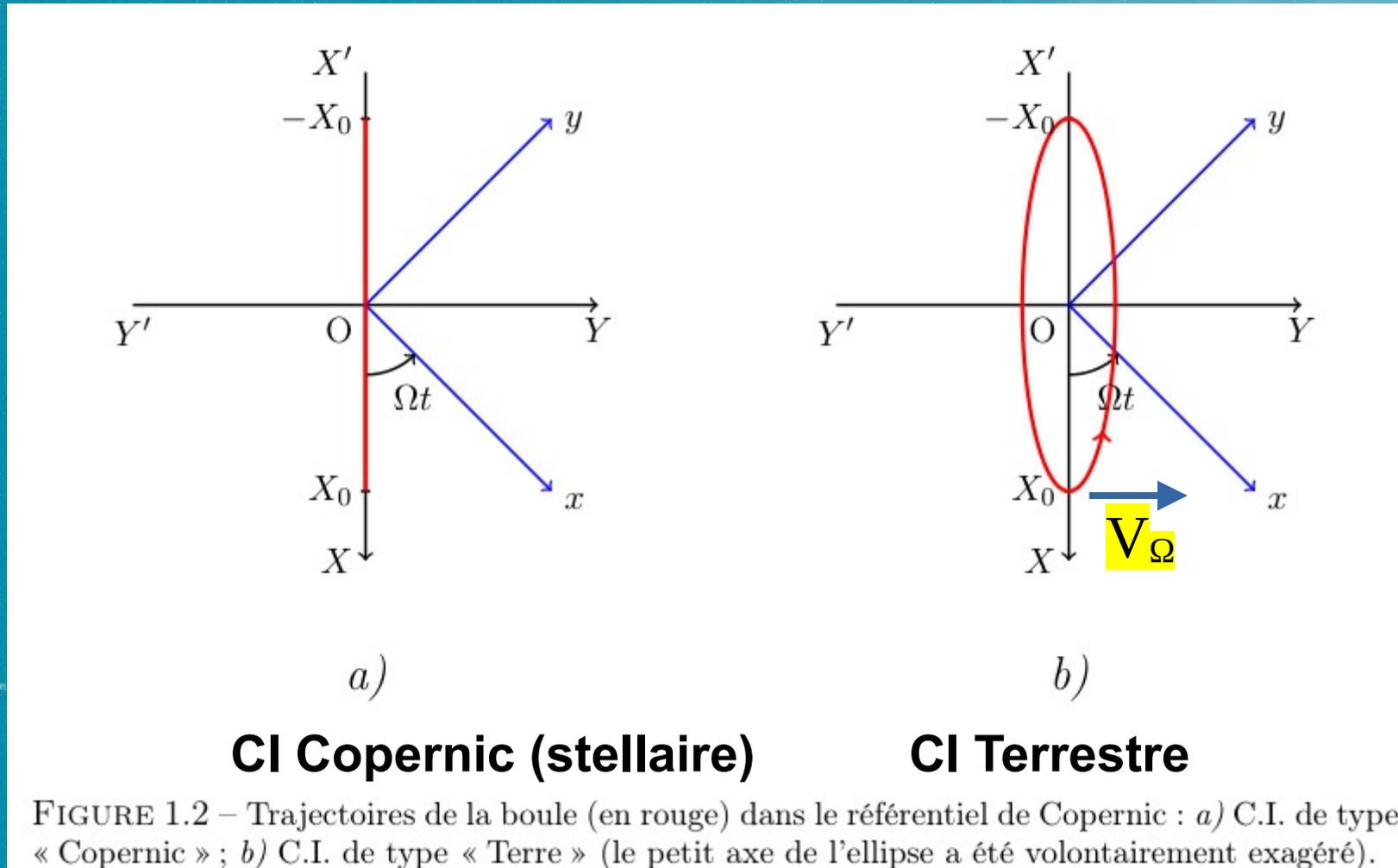


FIGURE 1.3 – Trajectoires de la boule dans le référentiel terrestre pour  $k = 10$  (soit 10 oscillations du pendule par tour de Terre). a) C.I. de type 1 « Copernic » ; b) C.I. de type 2 « Terre ».

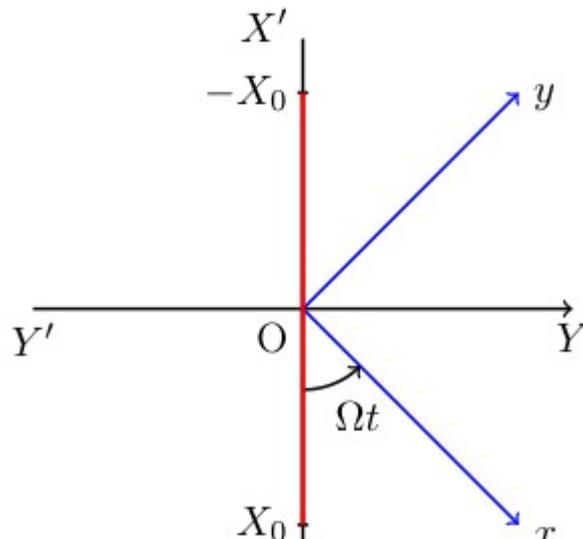
# Pendule de Foucault au pôle nord (3)

## Influence des Conditions Initiales



# Pendule de Foucault au pôle nord (4)

## Influence des Conditions Initiales

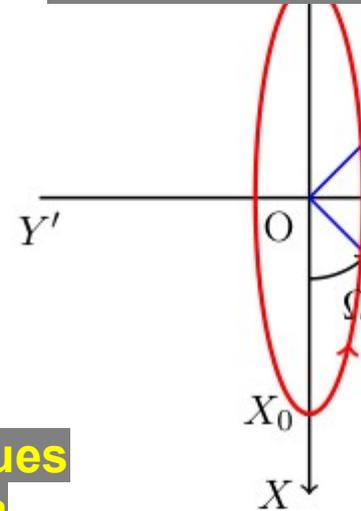


Les conditions de Copernic peuvent être obtenues théoriquement par un coup de marteau (!) sur la boule depuis sa position arrêtée (fil vertical)

a)

**CI Copernic (stellaire)**

Les conditions « terrestres » peuvent être obtenues par un fil brûlé



b)

**CI Terrestre**

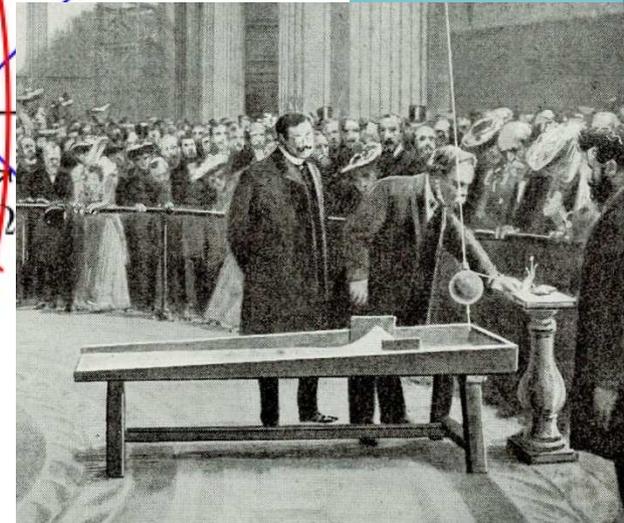


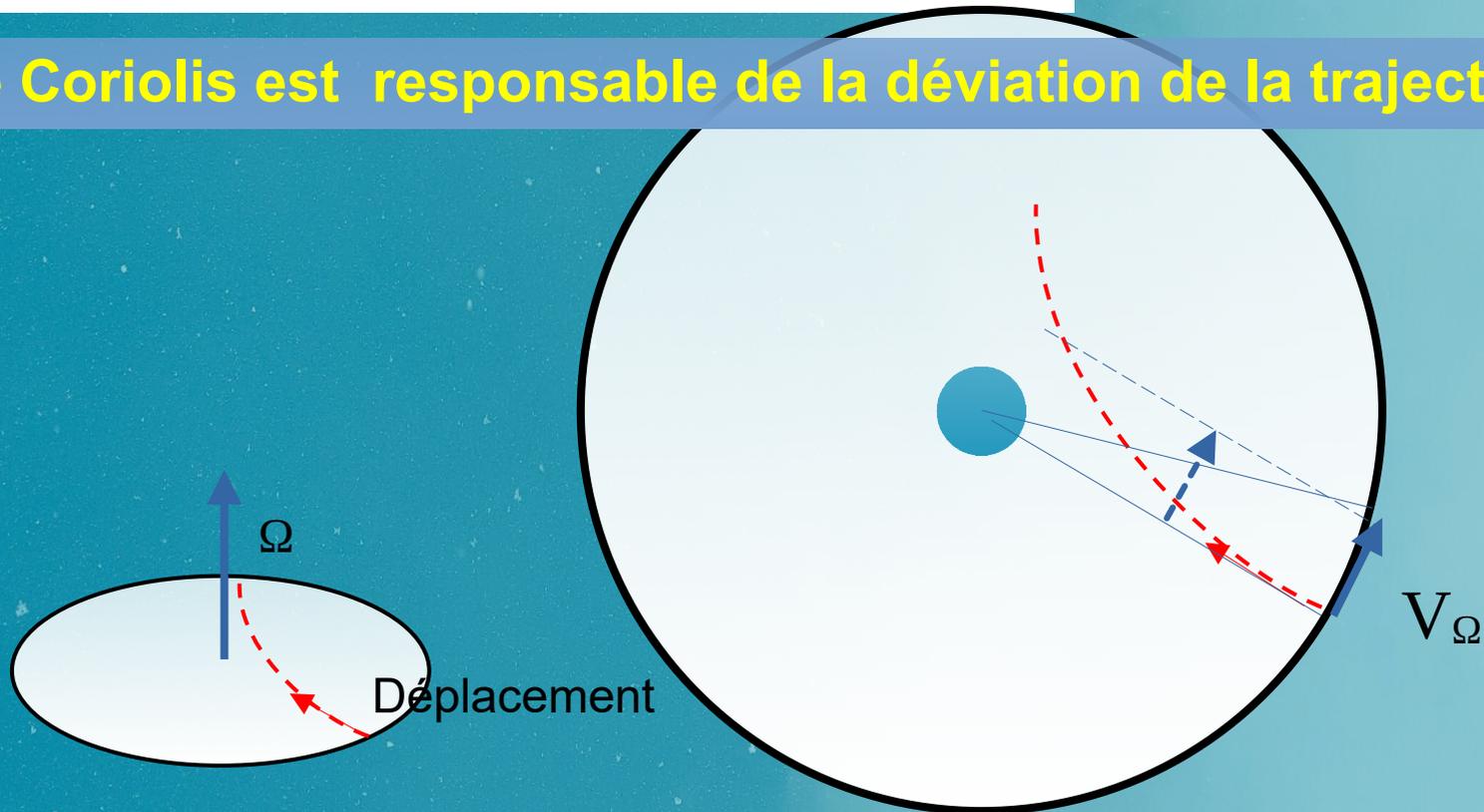
FIGURE 1.2 – Trajectoires de la boule (en rouge) dans le référentiel de Copernic : a) C.I. de type « Copernic » ; b) C.I. de type « Terre » (le petit axe de l'ellipse a été volontairement exagéré).

# Pendule de Foucault au pôle nord (5) dans le référentiel terrestre

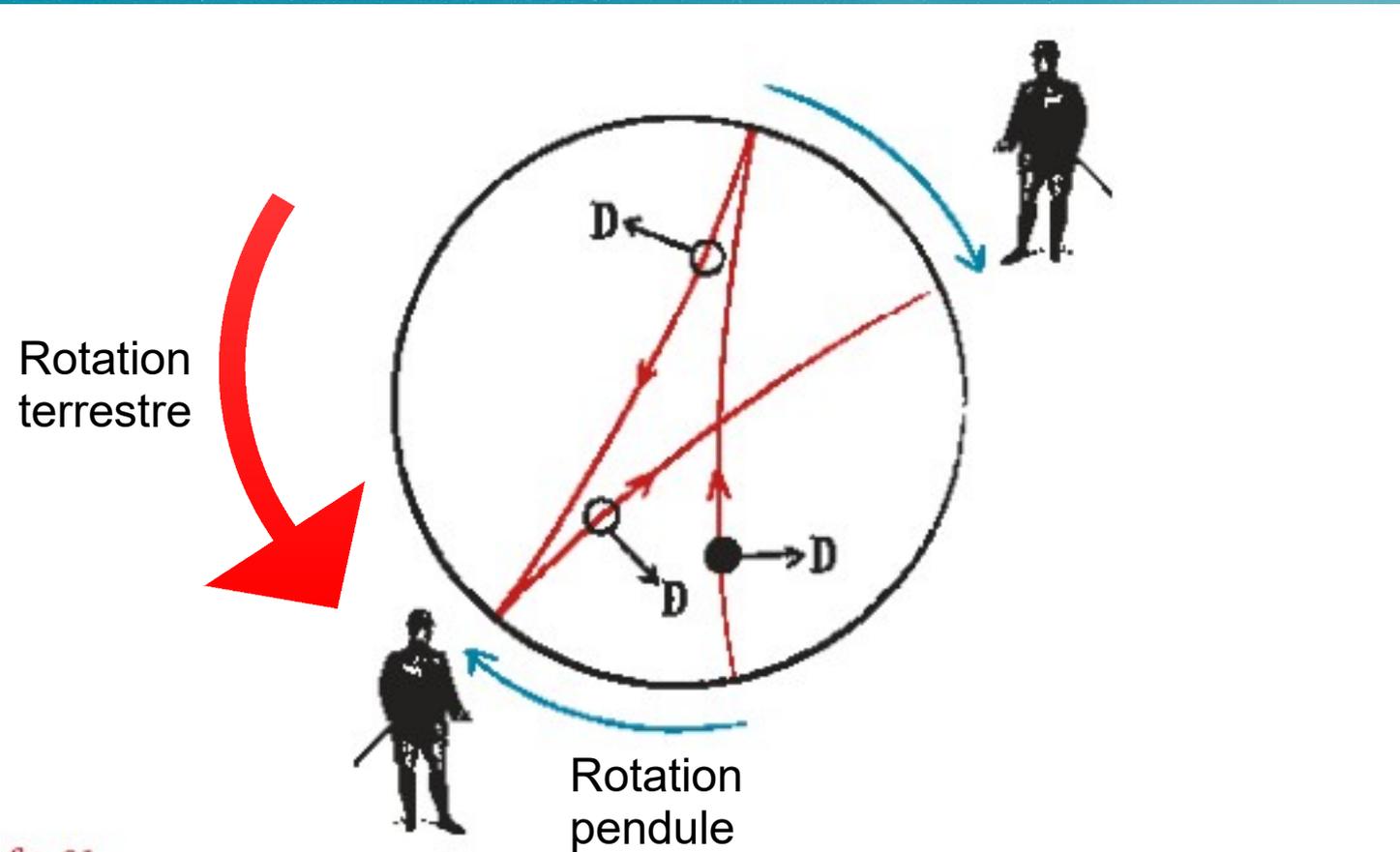
$$m\ddot{z} = \underbrace{-m\omega^2 z}_{\text{rappel}} - \underbrace{2im\Omega \dot{z}}_{\text{Coriolis}} + \underbrace{m\Omega^2 z}_{\text{centrifuge}}$$

$$m\ddot{\vec{OM}}_{\text{Terre}} = -m\omega^2\vec{OM} - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}_r + m\Omega^2\vec{OM}$$

La force de Coriolis est responsable de la déviation de la trajectoire



# Pendule de Foucault au pôle nord (6) dans le référentiel terrestre



*fig. 01*

*L'expérience du pendule de Foucault, vue du dessus. C'est l'accumulation de petites déviations D qui rend le phénomène de rotation du plan d'oscillation bien visible.*

# Ordre de grandeur de la force/accélération de Coriolis

$$\frac{a_{\text{Coriolis,max}}}{g} = \frac{2 \Omega X_0}{\sqrt{gl}} = 27 \cdot 10^{-6}$$

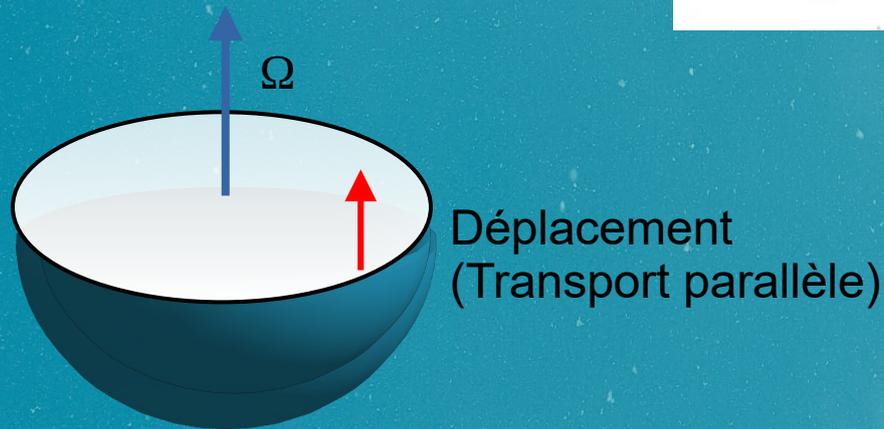
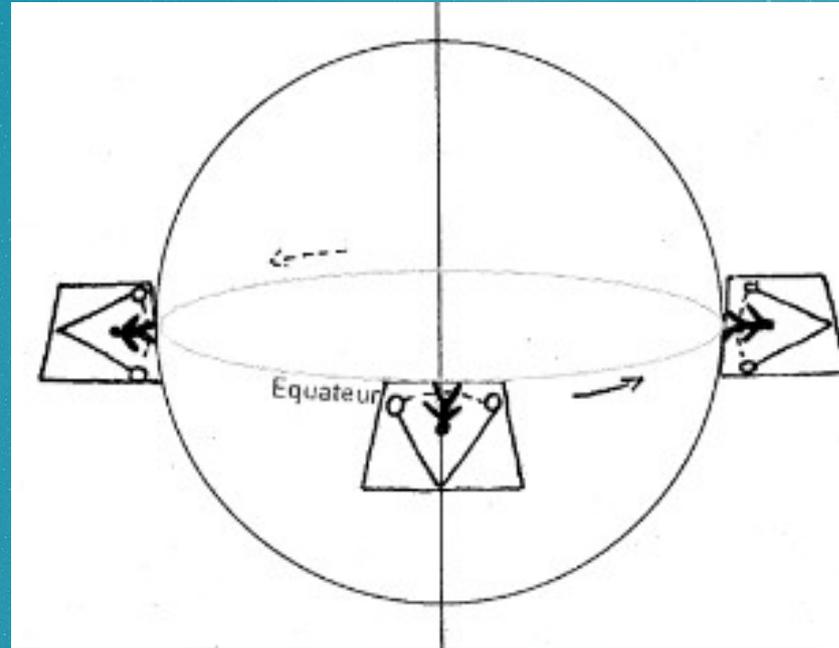
**Pendule du Panthéon : l = 67 m et X0 = 4,85 m, boule de 28 kg  
Correspondant à une amplitude angulaire 4,14° et une période  
de 16,4 s**

**0,77 g / 28 kg**

**Et cela suffit à « faire tourner la Terre » !**

# Le pendule de Foucault à l'équateur

$$\vec{\Omega} \times \vec{v}_T = 0$$



À l'équateur, le pendule de Foucault ne pivote plus dans le référentiel terrestre !

# Le pendule de Foucault en un lieu de latitude quelconque

## La loi du sinus de la latitude

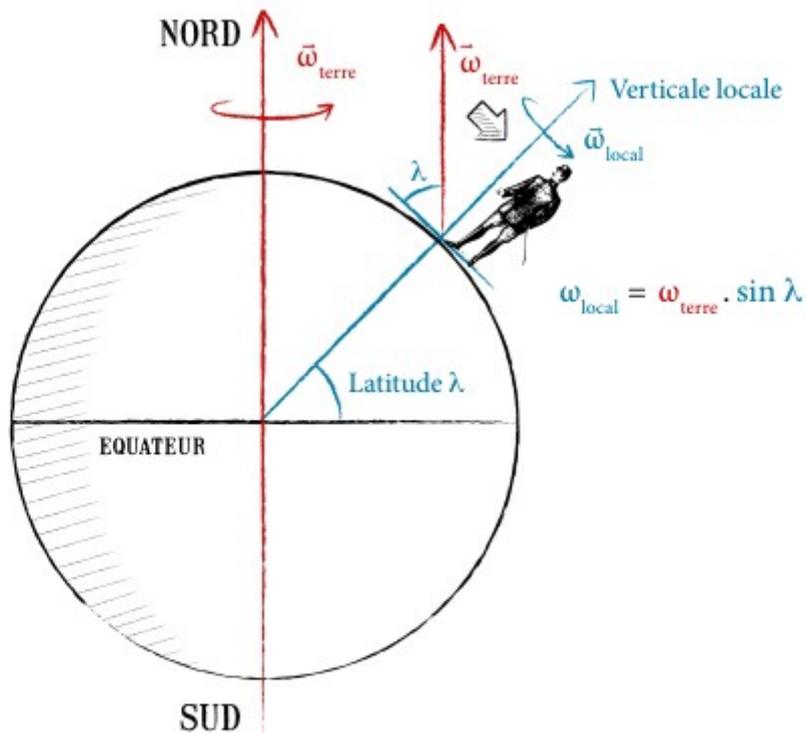


fig. 10

Pour connaître comment un observateur local tourne autour de la verticale locale, il faut projeter le vecteur vitesse angulaire de rotation de la Terre sur le vecteur vitesse angulaire locale. Cette opération fait apparaître le sinus de la latitude du lieu.

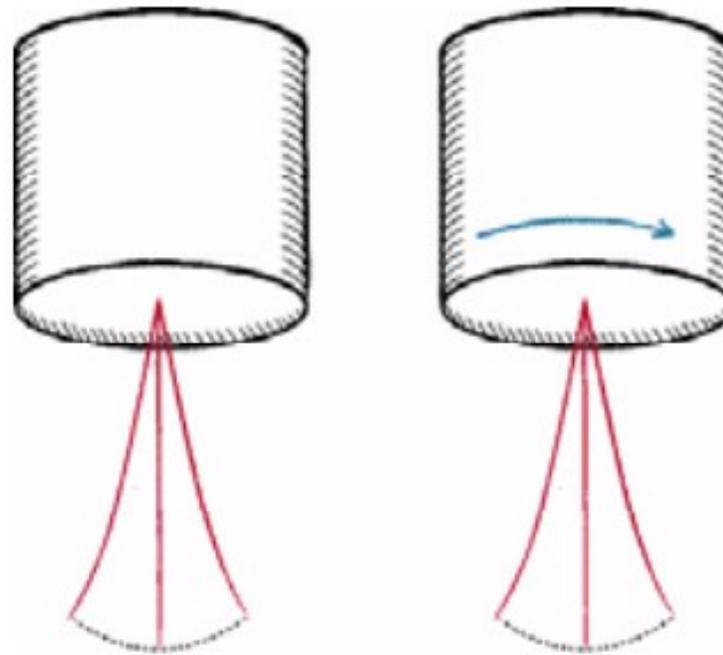
L'analyse effectuée pour le pendule de Foucault au pôle est valable à la condition de remplacer :  $\Omega$  par

$$\Omega_v = \Omega \sin \lambda$$

A Paris ;  $\sin \lambda = 0,753$  ( $\approx 3/4$ )  
 $T = 32h$

Le pendule de Foucault tourne alors moins vite que la terre !

# Le pendule de Foucault vs tige vibrante



*Pendule-de-  
Foucault\_ed2015*

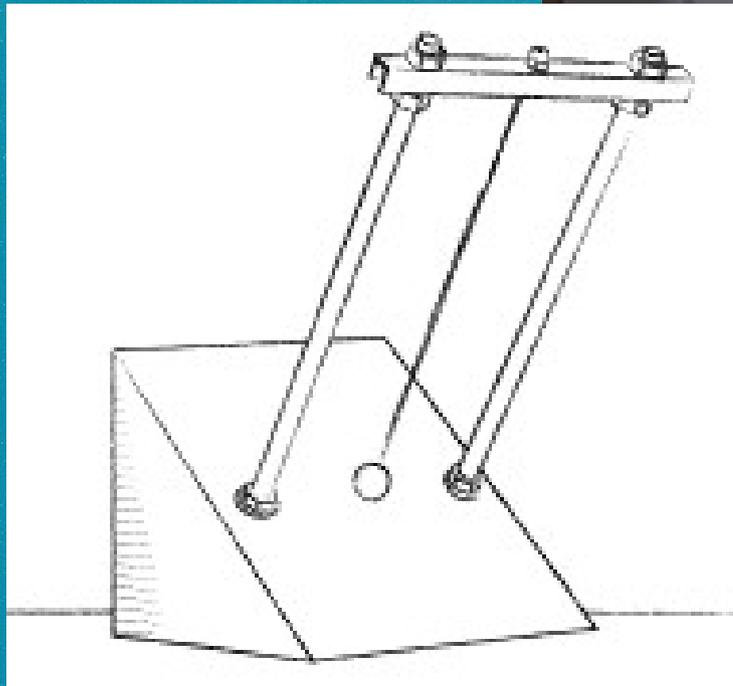
*fig. 07*

*Le mouvement de vibration d'une tige métallique fixée dans un mandrin n'est pas affecté par la rotation de ce dernier.*

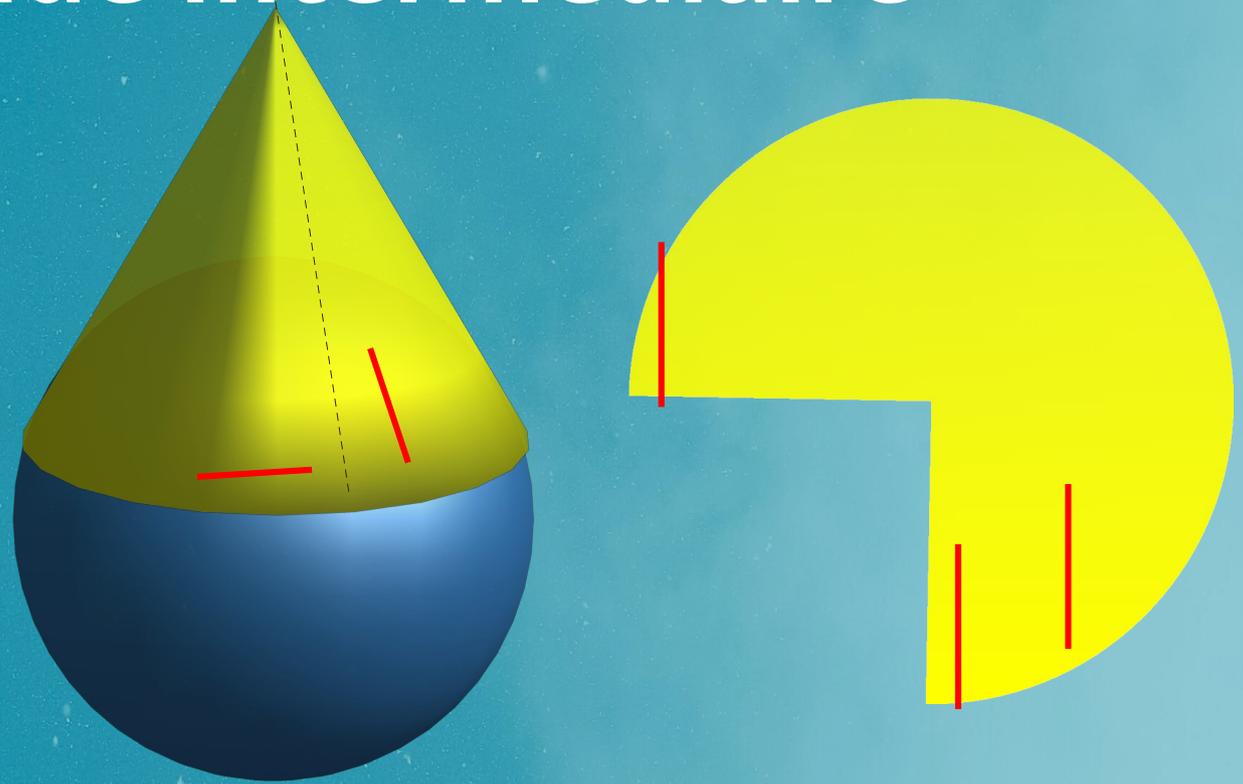
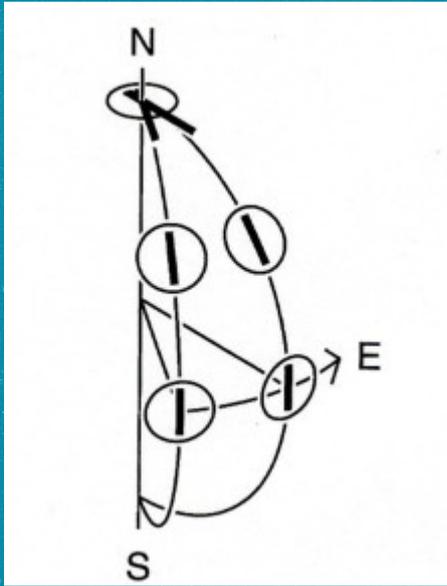
La gravité ne fait rien à l'affaire...  
C'est un effet gyroscopique

# Le pendule de Foucault en un lieu de latitude quelconque

<https://www.dailymotion.com/video/xfzx8i>



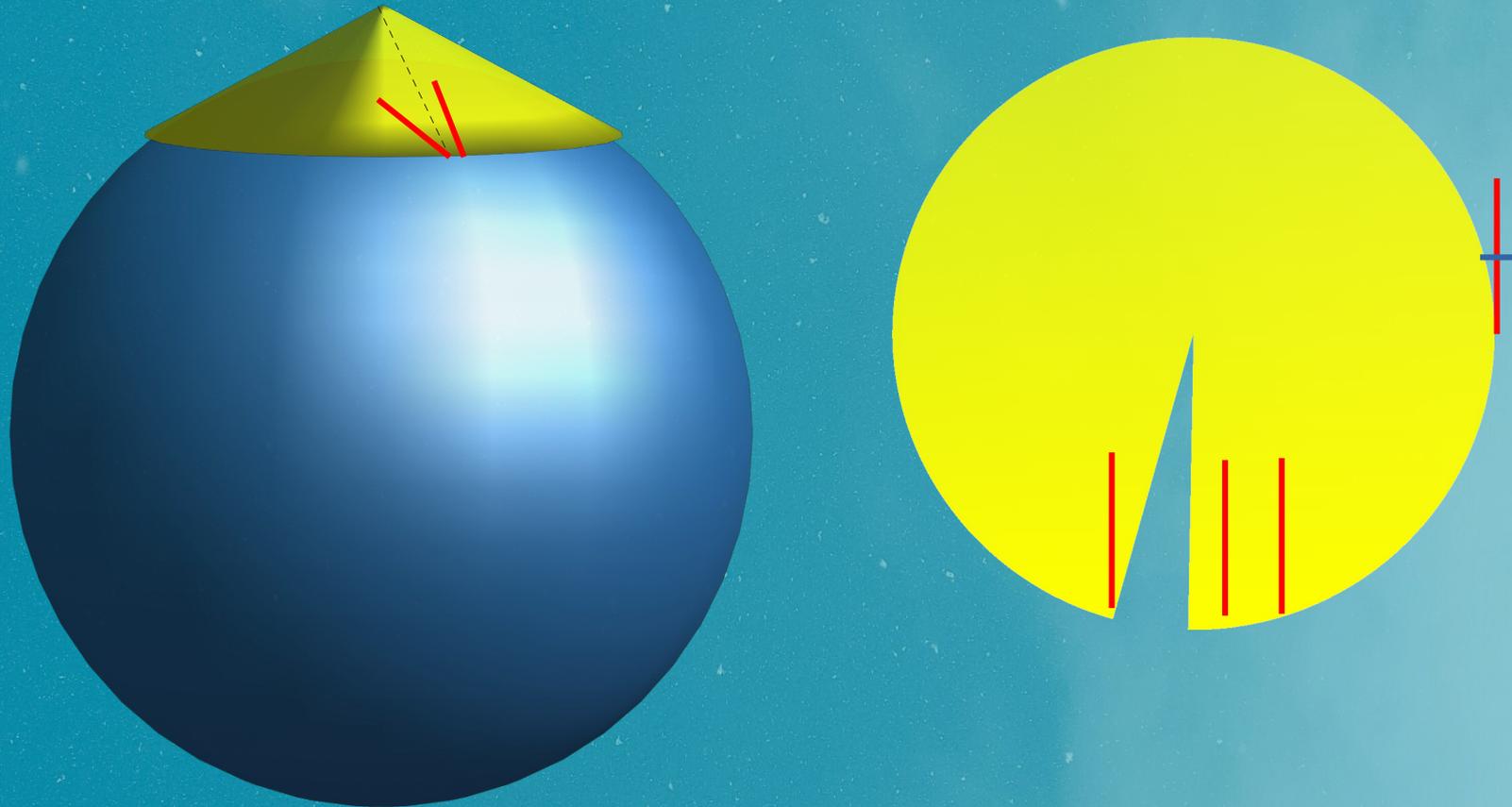
# Le pendule de Foucault en un lieu de latitude intermédiaire



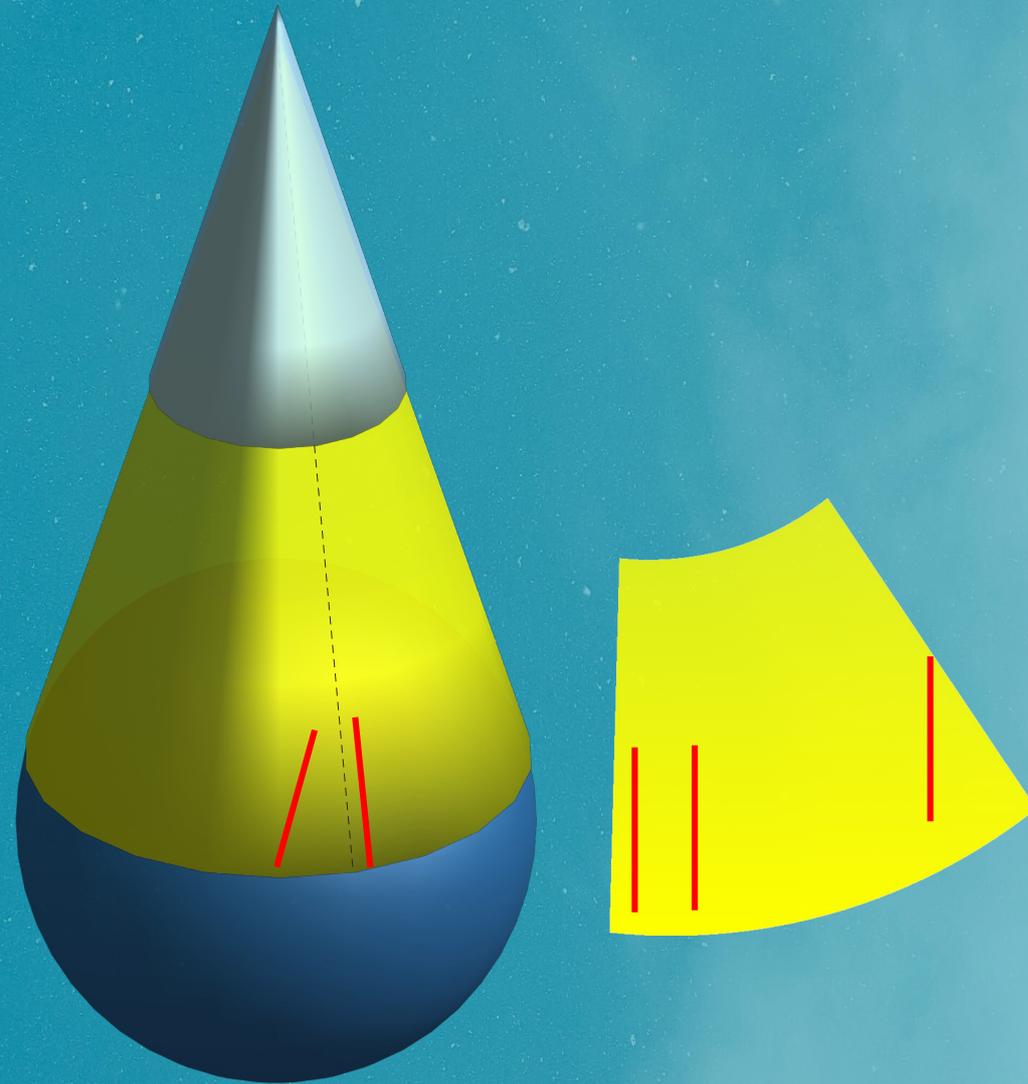
La direction d'oscillation du pendule de Foucault n'est fixe :  
- ni par rapport au référentiel des étoiles,  
- ni celui de la terre !

La direction d'oscillation du pendule est fixe dans le plan du cône développé, cône engendré par la tangente au méridien local. On parle de « transport parallèle » dans le plan tangent

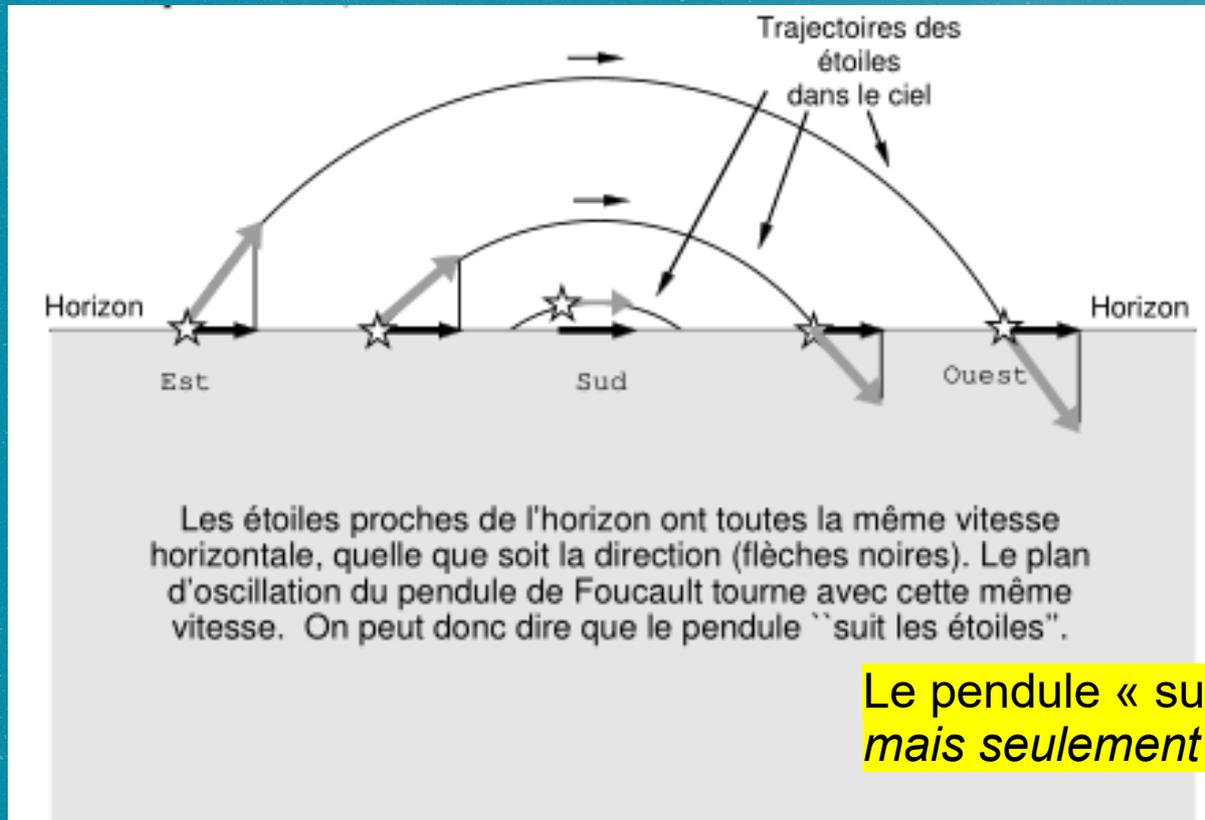
# Le pendule de Foucault en un lieu de latitude proche pôle



# Le pendule de Foucault en un lieu de latitude proche équateur



# Le plan d'oscillation du pendule de Foucault suit le déplacement des étoiles à l'horizon



Source « Le pendule de Foucault Observatoire de Paris »

**Le pendule « suit les étoiles » à l'horizon, mais seulement à l'horizon Est ou Ouest!**

Fig. 2. Le plan d'oscillation du pendule suit la projection sur l'horizon du mouvement des étoiles proches de l'horizon (on peut facilement montrer par la trigonométrie sphérique que la composante horizontale de la vitesse apparente des étoiles est la même pour toutes les étoiles proches de l'horizon, en un lieu donné).

# Problème de l'anharmonicité du pendule

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La période du pendule n'est pas rigoureusement indépendante de l'amplitude de son mouvement

$$T \sim T_0 (1 + \alpha^2/16)$$

Approximation non linéaire

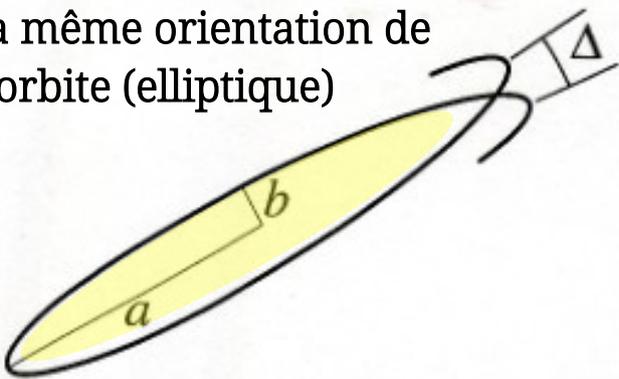
# Anharmonicité => la précession « apsidale »

Apside : Point de l'orbite d'une planète dans lequel cette planète se trouve le plus près ou le plus loin du soleil.

En raison de « Conditions Initiales terrestres », le pendule à presque toujours un mouvement elliptique

L'anharmonicité induit une précession qui est d'autant plus marquée que la « surface de la boucle » est grande

T aspidale : temps de retour à la même orientation de l'orbite (elliptique)



$$\frac{T_{\text{apsidale}}}{T_{\text{pendule}}} = \frac{8l^2}{3ab}$$

$$T_{\text{pendule}} = 2\pi\sqrt{l/g}$$

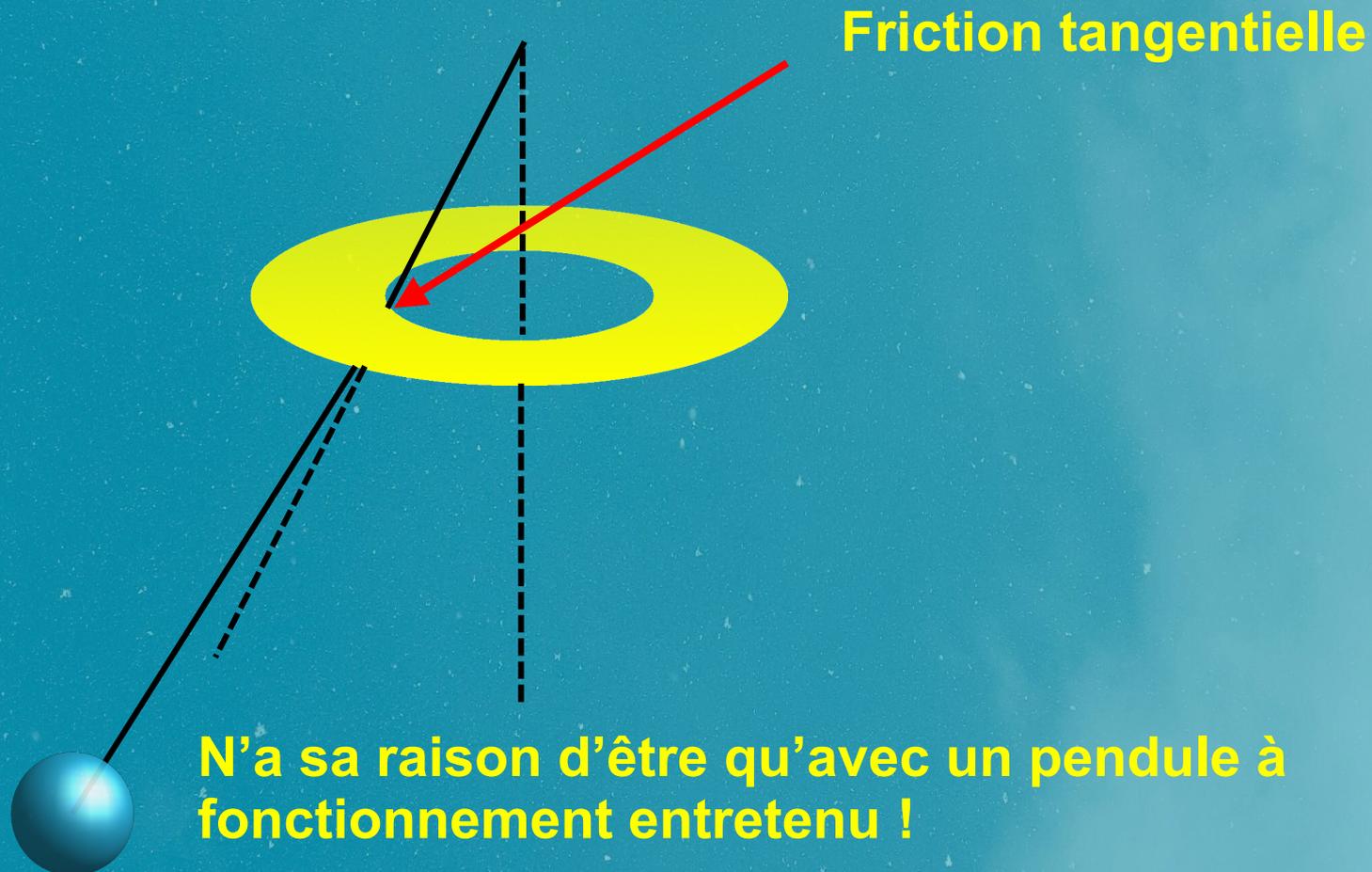


$$T_{\text{apsidale}} \approx L^{3/2}$$

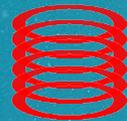
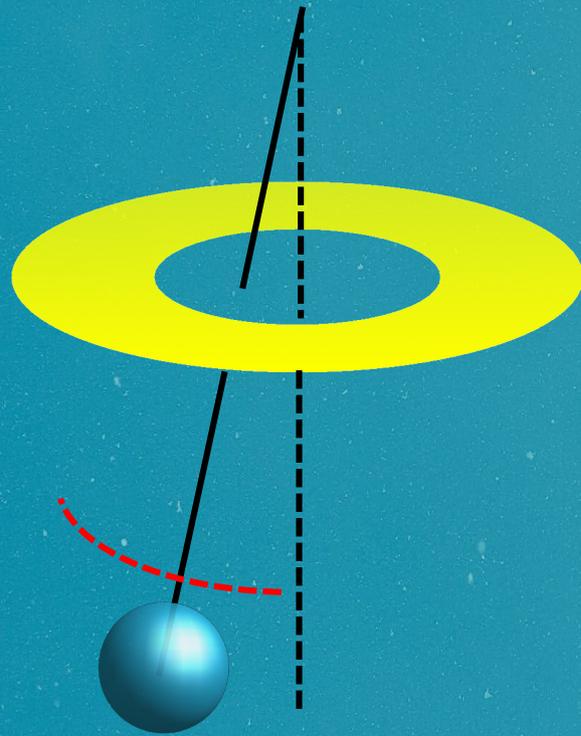
L'effet de précession est d'autant plus important que le pendule est court

# « L'anneau de Charron » en 1930 contre la précession « apsidale »

Il faut forcer une « Condition Initiale Copernic », pour que le pendule n'ait plus de mouvement elliptique



# Comment « entretenir » le mouvement du pendule ?

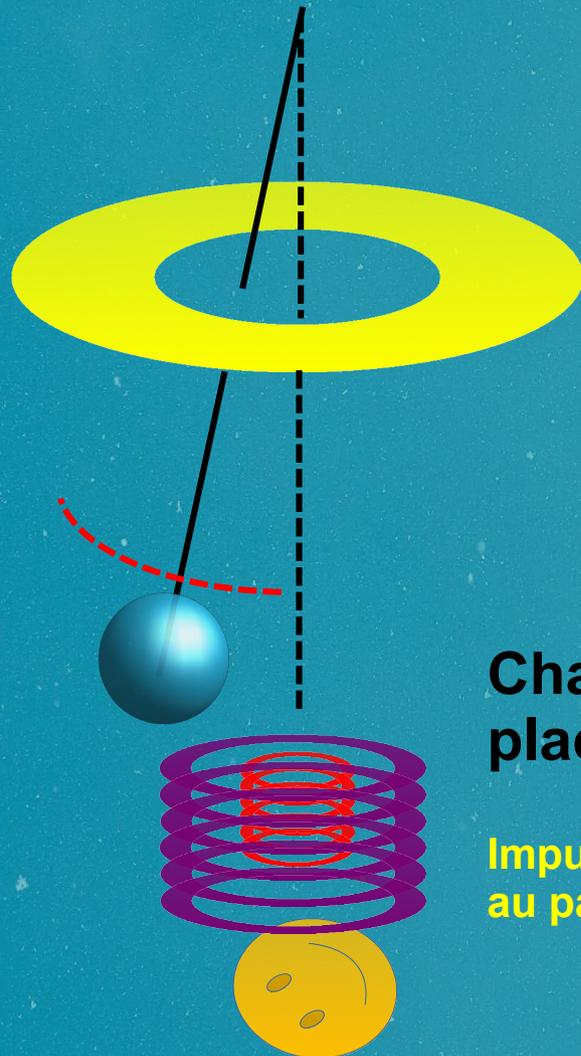


Impulsion électromagnétique  
au passage au centre



# Comment éviter l'anharmonicité ?

## force répulsive



**Champ répulseur d'un aimant  
placé sur la boule**

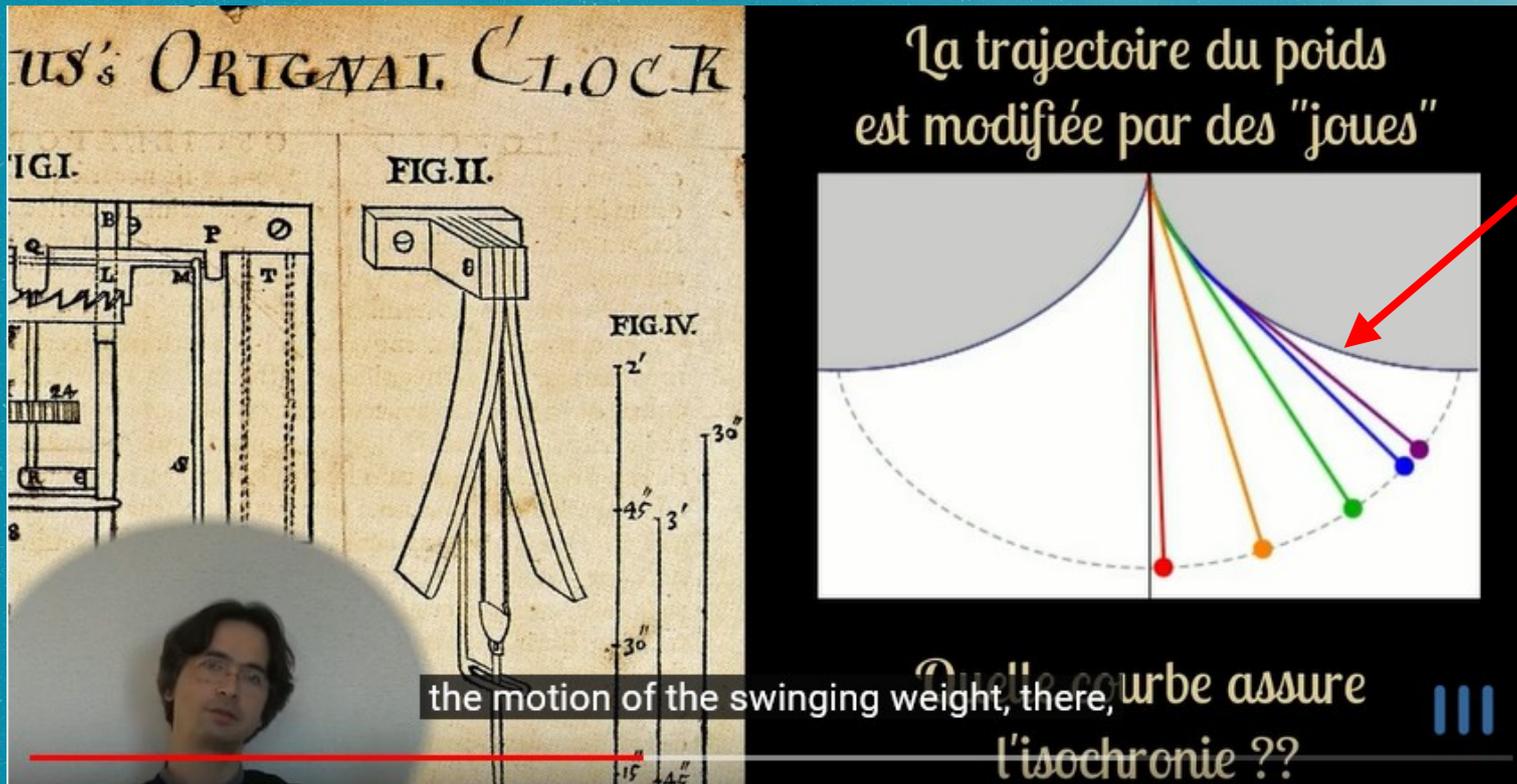
**Impulsion electromagnétique  
au passage au centre**

# Comment éviter l'anharmonicité (2)

## Le pendule cycloïdal de Huygens

Vers 1650 !

<https://www.youtube.com/watch?v=u40v2piyUcE>

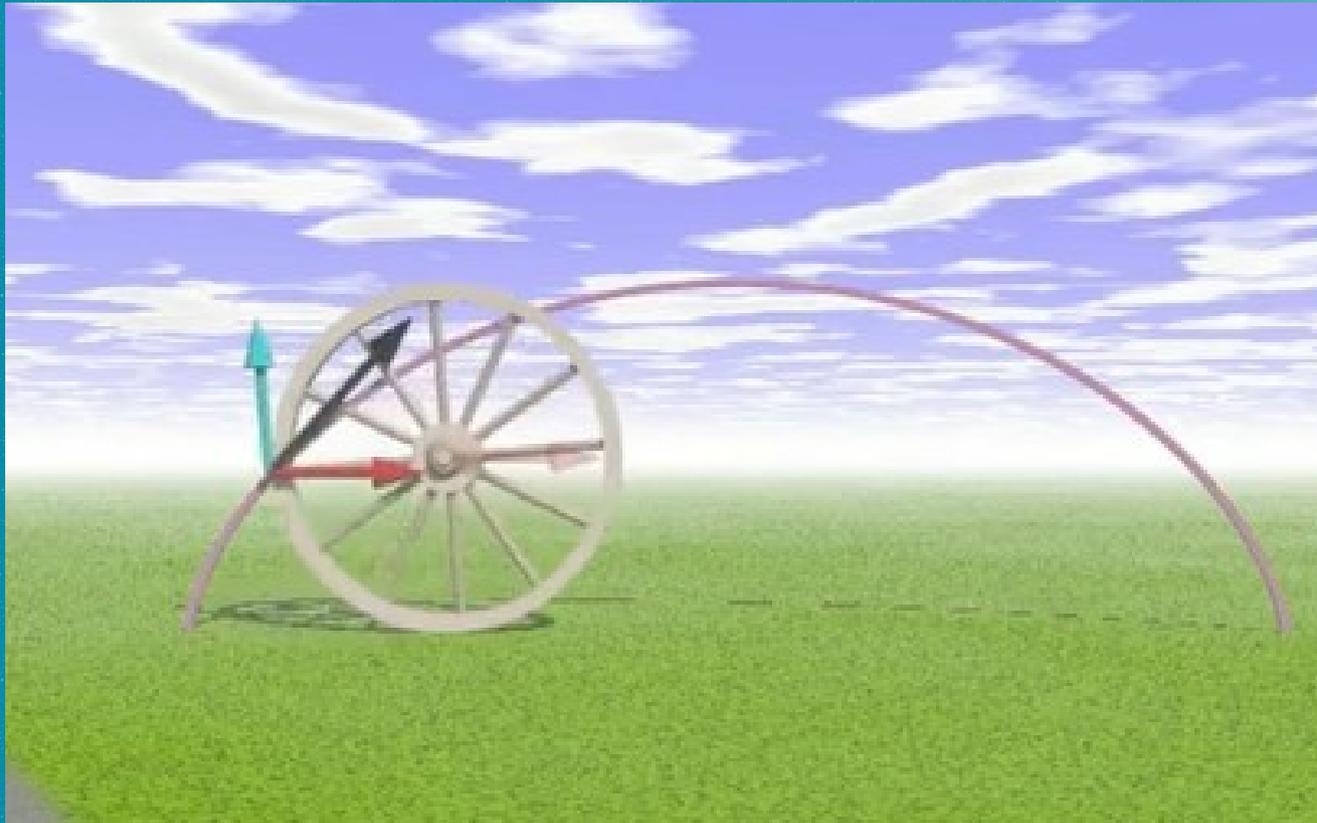


Forme idéale :  
cycloïde

Comme la période du pendule diminue avec sa longueur, il « suffit » d'en raccourcir la longueur pour compenser l'anharmonicité

# Comment éviter l'anharmonicité ? Le pendule cycloïdal de Huygens

<https://www.youtube.com/watch?v=u40v2piyUcE>



**C'est le mouvement apparent d'un point de la roue (valve)**

# Comment éviter l'anharmonicité ? Le pendule cycloïdal de Huygens

<https://www.youtube.com/watch?v=u40v2piyUcE>

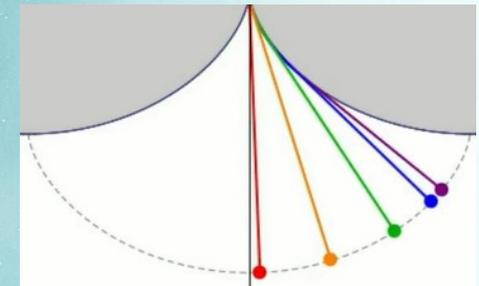
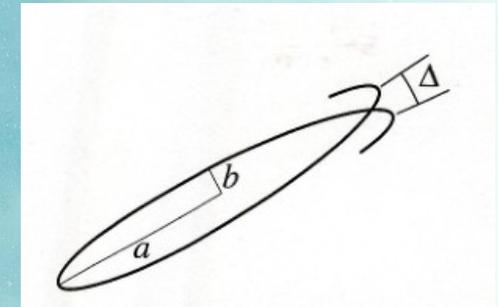
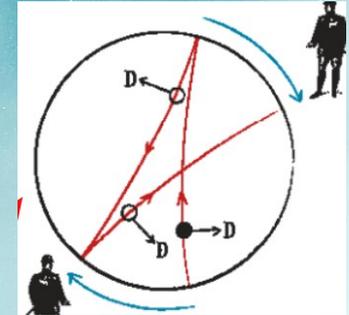


**Quelque soit son point de départ,  
la bille met le même temps pour arriver en bas**

# Conclusions

## *Le pendule de Foucault :*

- Ne tourne pas -partout- à la vitesse de la terre !
- Sensible aux conditions initiales
- Loi du sinus simplificatrice...
- Pas si simple !
- Des astuces pour lui assurer un fonctionnement fiable et entretenu
  - L'anneau de Charron
  - L'impulsion magnétique
  - Compensation de anharmonicité



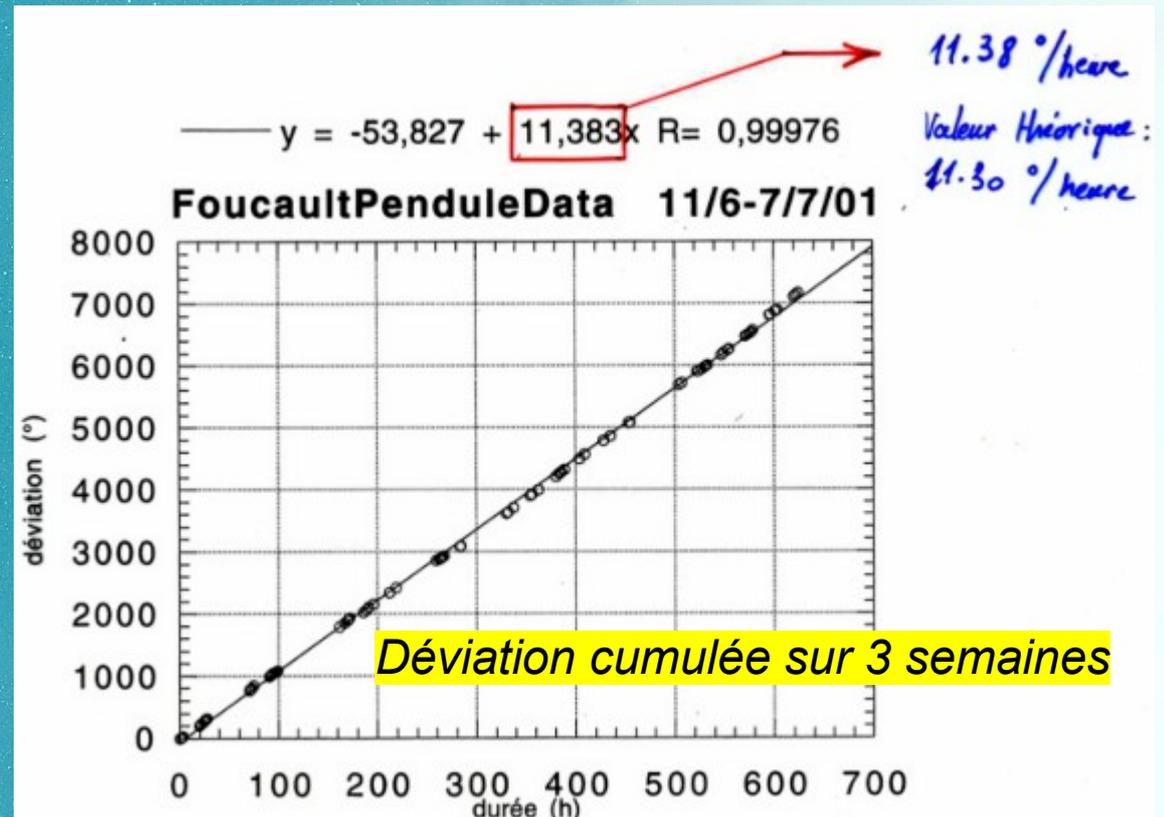
San Vũ Ngọc

<https://www.dailymotion.com/video/xfzx8i>

<https://www.youtube.com/watch?v=u40v2piyUcE>

<https://www.youtube.com/watch?v=NCluz9hAUiQ>

# Quelle patience ! merci



Serge G.